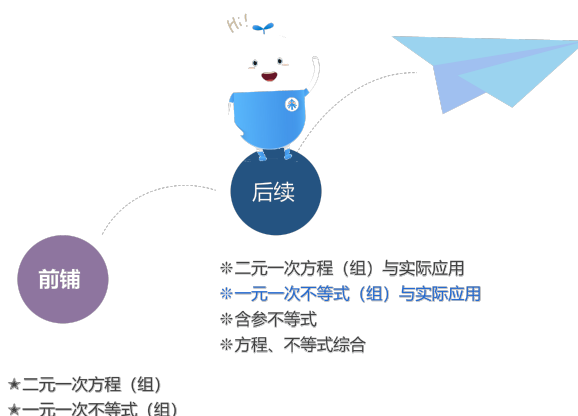
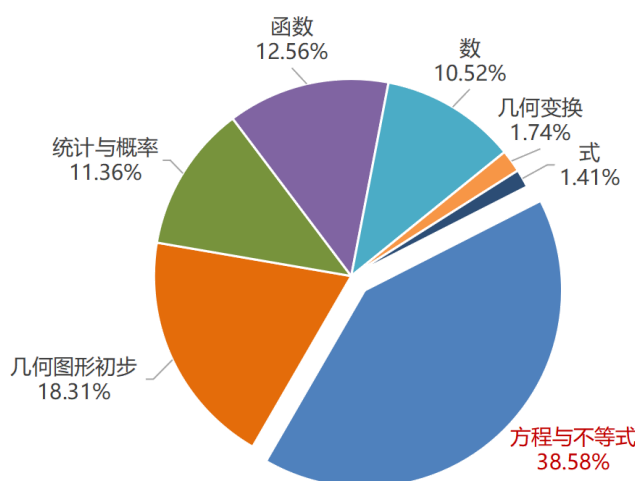


第1讲 一元一次不等式（组）的概念、解法

一元一次不等式（组）属于人教版第九章的内容，这部分的易错点计算与不等式组解集的确定，学生易在计算上出错，难点为含参不等式；这部分内容是期末考试的高频考点，其中不等式以及实际应用属于必考内容，故这部分我们分为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》、《一元一次不等式（组）》、《含参不等式》、《方程、不等式综合》四个模块。本模块为《一元一次不等式（组）》，旨在帮助学生认识一元一次不等式（组），掌握一元一次不等式（组）的解法，学会利用所学内容解决实际问题，为后续模块奠定基础。

本模块较为基础，适用于一元一次不等式组的基础认识与短期突破，本模块分为一元一次不等式（组）的概念解法、一元一次不等式（组）的实际应用2讲内容，帮助学生了解一元一次不等式（组）及实际应用中的常见题型，梳理这部分的解题思路。



一、不等式

不等式

定义：用_____表示_____关系的式子，叫做不等式。

常见的不等号有5种：_____、_____、_____、_____、_____。

“ $\geq$ ”表示_____，“ $\leq$ ”_____，满足其中___个即可成立。

列不等式：

小于或等于，不大于，不超过，不高于，不多于，最多，这些用_____连接；
大于或等于，不小于，不低于，不少于，至少，这些用_____连接。

① a 是正数表示为_____， a 是负数表示为_____。

② a 是非负数表示为_____， a 是非正数表示为_____。

③ a 、 b 同号表示为_____； a 、 b 异号表示为_____。

不等式的解：使不等式成立的_____的值，叫做不等式的解。

不等式的解集：一般地，一个含有未知数的不等式的_____，组成这个不等式的解集。

不等式的解集是一个集合，是一个范围，其含义：

①解集中的每一个数值都能使不等式_____；

②能够使不等式成立的_____数值都在解集中。

不等式解集的表示方法

1、用不等式表示：

一般地，一个含有未知数的不等式有无数个解，它的解集是某个范围，这个范围可用一个最简单的不等式_____，_____的形式表示。

2、用数轴表示：

$x > a$	$x \geq a$	$x < a$	$x \leq a$

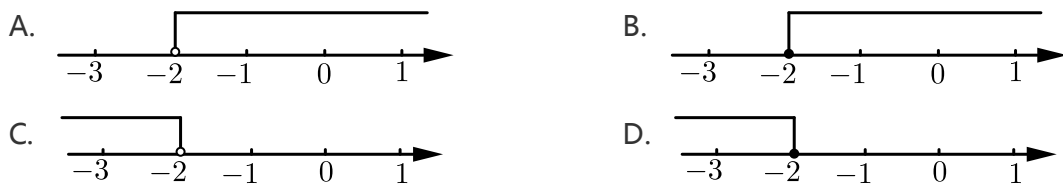
例题1

1. 下列式子中：① $-1 > 2$ ；② $3x \geq -1$ ；③ $x - 3$ ；④ $s = vt$ ；⑤ $3x - 4 < 2y$ ；

⑥ $3x - 5 = 2x + 2$ ；⑦ $a^2 + 2 \geq 0$ ；⑧ $a^2 + b^2 \neq c^2$ ；⑨ $-m^2 \leq 0$

是不等式的是_____。（只填序号）

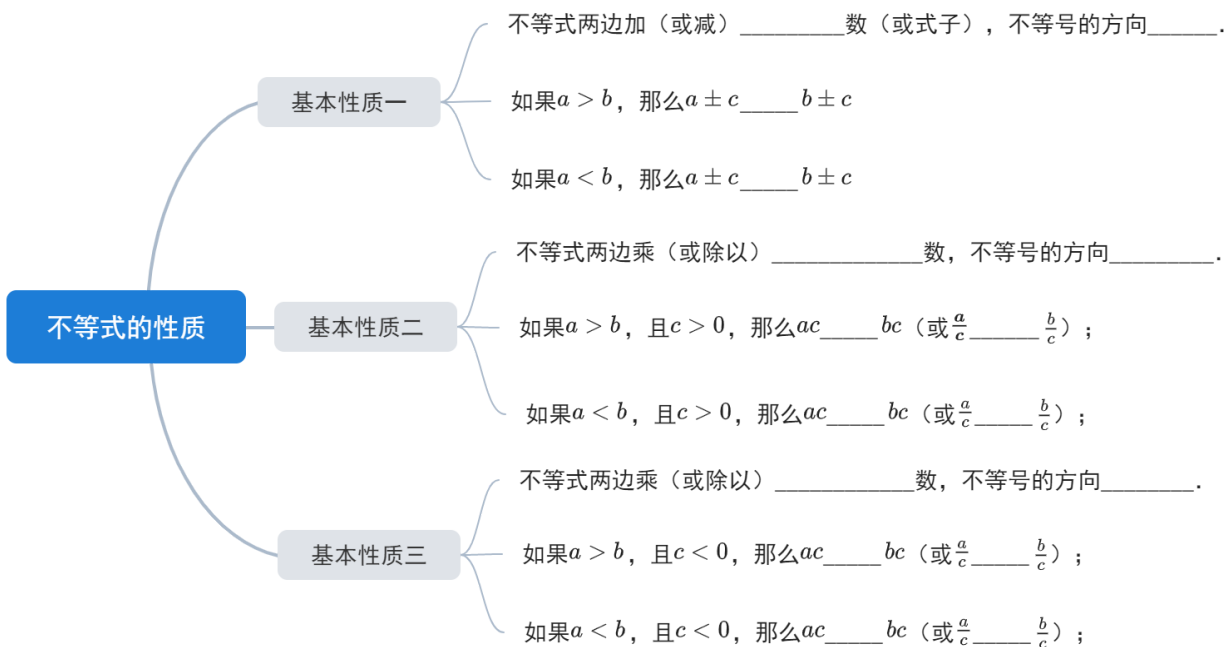
2. 用不等式表示：“ a 的 $\frac{1}{2}$ 与 b 的和为正数”，正确的是（ ）.
- A. $\frac{1}{2}a + b > 0$ B. $\frac{1}{2}(a + b) > 0$ C. $\frac{1}{2}a + b \geq 0$ D. $\frac{1}{2}(a + b) \geq 0$
3. 把不等式的解集 $x \leq -2$ 在数轴上表示出来，则正确的是（ ）.



练习1

4. 下列不等关系中，正确的是（ ）.
- A. a 不是负数表示为 $a > 0$ B. x 不大于5可表示为 $x > 5$
- C. x 与1的和是非负数可表示为 $x + 1 > 0$ D. m 与4的差是负数可表示为 $m - 4 < 0$
5. $x = -1$ 不是下列哪一个不等式的解（ ）.
- A. $2x + 1 \leq -3$ B. $2x - 1 \geq -3$ C. $-2x + 1 \geq 3$ D. $-2x - 1 \leq 3$
6. 若 $x \geq -5$ 的最小值为 a ， $x \leq 5$ 的最大值是 b ，则 $a + b =$ _____.

二、不等式的性质



不等式的性质与等式的性质的区别与联系

等式的性质	不等式的性质
对称性：若 $a = b$ ，则_____	互逆性：若 $a > b$ ，则_____
传递性：若 $a = b$ ， $b = c$ ，则_____	传递性：若 $a > b$ ， $b > c$ ，则_____
性质1：若 $a = b$ ，则_____	性质1：若 $a > b$ ，则_____
性质2：若 $a = b$ ，则_____	性质2：若 $a > b$ ， $c > 0$ ，则_____
若 $a = b$ ($a \neq 0$)，则_____	性质3：若 $a > b$ ， $c < 0$ ，则_____

例题2

7. 已知 $abc > 0$ ， $a > c$ ， $ac < 0$ ，下列结论正确的是（ ）.
- A. $a < 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ B. $a > 0$ ， $b > 0$ ， $c < 0$
- C. $a > 0$ ， $b < 0$ ， $c < 0$ D. $a < 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$
8. 若 $x < y$ ，且 $(a - 2)x > (a - 2)y$ ，则 a 取值范围是_____.

练习2

9. 下列不等式变形错误的是（ ）.
- A. 若 $a > b$ ，则 $1 - a < 1 - b$ B. 若 $a < b$ ，则 $ax^2 \leq bx^2$
- C. 若 $ac > bc$ ，则 $a > b$ D. 若 $m > n$ ，则 $\frac{m}{x^2 + 1} > \frac{n}{x^2 + 1}$
10. 如果关于 x 的不等式 $(a + 2020)x > a + 2020$ 的解集为 $x < 1$ ，那么 a 的取值范围是（ ）.
- A. $a > -2020$ B. $a < -2020$ C. $a > 2020$ D. $a < 2020$

例题3

11. 比较大小：已知 $2 - 3x > 2 - 3y$ ，则 x _____ y .
12. 若 $b < 0$ ，则 $a + b$ ， a ， $a - b$ 的大小关系为（ ）.
- A. $a + b > a > a - b$ B. $a - b > a > a + b$ C. $a > a - b > a + b$ D. $a - b > a + b > a$

练习3

13. 下列结论错误的是 () .

① $|a| = -a$, 则 $a \leq 0$; ② $\frac{|a|}{a} = 1$, 则 $a > 0$; ③ $a^2 > a$, 则 $a > 1$; ④ $a < \frac{1}{a}$, 则 $0 < a < 1$

A. ①②

B. ①②③

C. ②③④

D. ③④

14. 已知 $a > 0$, $b < 0$, $|a| < |b| < 1$, 那么下列判断正确的是 () .

A. $1 - b > -b > 1 + a > a$

B. $1 + a > a > 1 - b > -b$

C. $1 - b > 1 + a > -b > a$

D. $1 + a > 1 - b > a > -b$

15. 设 $a > 0 > b > c$, 且 $a + b + c = -1$, 若 $M = \frac{b+c}{a}$, $N = \frac{a+c}{b}$, $P = \frac{b+a}{c}$, 试比较 M 、 N 、 P 的大小 .

独步天下

16. 阅读下列材料 , 回答问题 : 我们知道 : 利用 “作差法” 可以比较两个数或者两个代数式值的大小 .

即若 $x - y > 0$, 则 $x > y$. 若 $x - y = 0$, 则 $x = y$. 若 $x - y < 0$, 则 $x < y$.

(1) 试比较代数式 $5m^2 - 4m + 2$ 与 $4m^2 - 4m - 7$ 的值之间的大小关系 .

解 : $(5m^2 - 4m + 2) - (4m^2 - 4m - 7) = 5m^2 - 4m + 2 - 4m^2 + 4m + 7 = m^2 + 9$,

因为 $m^2 \geq 0$, 所以 $m^2 + 9 > 0$,

所以 $5m^2 - 4m + 2$ _____ $4m^2 - 4m - 7$. (用 “>” 、 “<” 或 “=” 填空)

(2) 已知 $a < 0$, $b > 0$, $a + b < 0$, 设 $P = 2a^2 + 3b^2 + 4c^2$, $Q = 3a^2 + 2b^2 + 5c^2$, 请你利用上述材料中的方法比较 P 与 Q 的大小 , 并说明理由 .

三、一元一次不等式

一元一次不等式

定义：含有____个未知数，未知数的次数是____的不等式，叫做一元一次不等式。
一般式是_____。

一元一次不等式的解集：一元一次不等式的_____解组成的集合叫做一元一次不等式的解集。

例题4

17. 下列式子(1) $2x - 7 \geq -3$, (2) $\frac{1}{x} - x > 0$, (3) $7 < 9$, (4) $x^2 + 3x > 1$,
(5) $\frac{a}{2} - 2(a + 1) \leq 1$, (6) $m - n > 3$ 中是一元一次不等式的有() .

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

练习4

18. 若 $(m + 2)x^{|m|-1} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $m =$ _____ .

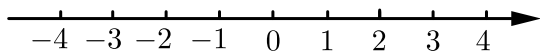
19. $x < 5$ 是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解集，则下列说法正确的有() .

- ① 5是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的一个解；
② 0是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的一个解；
③ $x < 4$ 也是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解集；
④ 所有小于4的数都是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解 .

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

解一元一次不等式典例

解不等式： $x - \frac{3x - 8}{2} + 1 \geq \frac{2(10 - x)}{7}$,
并把解集在数轴上表示出来 .



$$x - \frac{3x - 8}{2} + 1 \geq \frac{2(10 - x)}{7}$$

解：

①去分母得：_____；

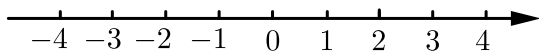
②去括号得：_____；

③移项合并同类项得：_____；

④解得：_____.

∴原不等式的解集为_____ .

在数轴上的表示如下：



练习5

20. 能使代数式 $\frac{1}{2}(3x - 1)$ 的值大于 $(5x - 2) + \frac{1}{4}$ 的值的最大整数 x 是 _____ .
21. 若不等式 $2x - 1 \leq 13$ 中 x 的最大值是 m , 不等式 $-3x - 1 \leq -7$ 中 x 的最小值为 n , 则不等式 $nx + mn < mx$ 的解集是 _____ .
22. 解下列不等式 , 并把解集在数轴上表示出来 .
(1) $\frac{x}{2} - \frac{5x - 7}{3} \geq 1 - \frac{3x - 5}{4}$.
23. 解不等式 $\frac{0.4x + 0.9}{0.5} - \frac{0.03 + 0.02x}{0.03} > \frac{x - 5}{2}$, 并把解集在数轴上表示 .

独步天下

24. 解不等式 :
(1) $|2x - 5| > 4$.
25. 已知点 $P(x, y)$ 位于第二象限 , 并且 $y \leq 2x + 6$, x, y 为整数 , 则点 P 的个数是 () .
A. 3 B. 6 C. 10 D. 无数个

四、一元一次不等式组

一元一次不等式组

定义：含有_____未知数的_____一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组。

一元一次不等式组的解集：一般地，几个一元一次不等式解集的_____部分，叫做由它们所组成的一元一次不等式组的解集。

一元一次不等式组解集的四种基本类型

不等式组 ($a < b$)	图示	解集	口诀
$\begin{cases} x \geq a \\ x \geq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \leq a \\ x \leq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq b \end{cases}$			

例题6

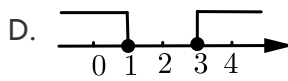
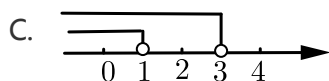
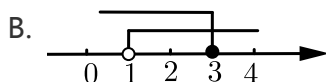
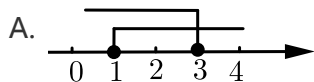
26. 下列不等式组：① $\begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases}$ ，② $\begin{cases} x > 0 \\ x + 2 > 4 \end{cases}$ ，③ $\begin{cases} x^2 + 1 < x \\ x^2 + 2 > 4 \end{cases}$ ，④ $\begin{cases} x + 3 > 0 \\ x < -7 \end{cases}$ ，⑤ $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ y - 1 < 0 \end{cases}$.
其中一元一次不等组的个数是 () .
A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

练习6

27. 不等式组中① $\begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x > 0 \\ x + y > 1 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x > x^2 + 1 \\ x + 2 > 4 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x + 1 > 2 \\ 2x + 5 \leq 0 \end{cases}$, 其中是一元一次不等式组的个数有().

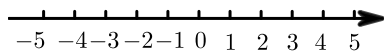
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

28. 将不等式组的解集 $\begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$ 在数轴上表示出来, 应是().



解一元一次不等式典例

解不等式组 $\begin{cases} 3(x+1) - x \geq 1 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{1+2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$, 把解集在所给数轴上表示出来.



解:

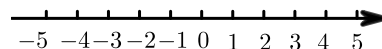
$$\begin{cases} 3(x+1) - x \geq 1 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{1+2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得: _____,

解不等式②得: _____,

不等式组的解集为: _____,

不等式组的解集在数轴上表示如下:



练习7

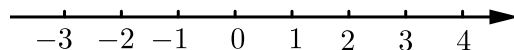
29. 解不等式组 $\begin{cases} -x + 1 < 3 \text{ ①} \\ 2x - 3 < x - 1 \text{ ②} \end{cases}$,

请结合题意填空, 完成本题的解答.

(1) 解不等式①, 得 _____.

(2) 解不等式②, 得 _____.

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来.



(4) 原不等式组的解集为 _____.

30. 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} < \frac{x+3}{8} \\ \frac{x}{5} - \frac{2x-7}{10} \geq -\frac{x}{20} \end{cases} .$$

31. 解不等式组 .

(1)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x > -1 \\ 2(x-3) - 3(x-2) < 0 \end{cases} .$$

(2)
$$\begin{cases} 2(x+3) \leq 3-5(x-2) \\ \frac{x+1}{3} - \frac{2x+1}{2} < 1 \end{cases} .$$

32. 解不等式：
$$-6x < \frac{-3x+5}{2} \leq 7x .$$

33. 解不等式组 .

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} -2(x+2) > -x-9 \\ 7x-6 \geq 8 \end{cases} . \\ (2) & \begin{cases} 2(x-1)+x < 7 \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} + 1 > 0 \\ 4x-3 \leq 5+2x \\ 2 - \frac{5+x}{7} > 1 - \frac{1-x}{14} \end{cases} . \end{aligned}$$

独步天下

34. 已知三个非负实数 a, b, c , 满足 $3a+2b+c=5$, $2a+b-3c=1$, 若 $s=3a+b-7c$ 的最大值为 m , 最小值为 n , 则 $mn = \underline{\hspace{2cm}}$.

35. 已知实数 x 满足 $\begin{cases} 5(x+1) \geq 3x-1 \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$, 若 $S=|x-1|+|x+1|$ 的最大值为 m , 最小值为 n , 则 $mn = \underline{\hspace{2cm}}$.